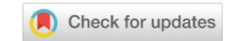
ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ
INFORMATION TECHNOLOGY, COMPUTER SCIENCE AND MANAGEMENT





УДК 621.372
https://doi.org/10.23947/2687-1653-2024-24-4-424-432

Оригинальное теоретическое исследование

Оптимизационная задача для вероятностных временны́х интервалов квазидетерминированного выходного и самоподобного входного потока пакетов данных в телекоммуникационных сетях



EDN: MCOGWO

Г.И. Линец ✉, **Р.А. Воронкин**, **Г.В. Слюсарев**, **С.В. Говорова**
Северо-Кавказский федеральный университет, г. Ставрополь, Российская Федерация
✉ kbytw@mail.ru

Аннотация

Введение. При управлении трафиком на уровне пакетов в современных телекоммуникационных сетях связи предлагается задействовать методы, преобразующие самоподобный стохастический поток пакетов в квазидетерминированный. Для этого нужно применить сложные вероятностные законы распределения самоподобных потоков. Из литературы известны методы балансировки сетевой нагрузки, которые при обозначенной выше проблеме способствуют повышению эффективности телекоммуникационных систем связи. Однако нет строго математического решения, позволяющего узнать оптимальные вероятностные характеристики выходного потока, ориентируясь на входной. Представленная научная работа призвана восполнить этот пробел. Ее цель — создать метод определения оптимальных вероятностных характеристик потока пакетов, используя минимальное значение меры близости самоподобного входного и квазидетерминированного выходного потоков.

Материалы и методы. Для решения задачи исследования параметры распределения выходного потока выбирались так, чтобы функция аппроксимации была близка к δ-функции. В качестве меры близости входных и выходных распределений временны́х интервалов использовали дивергенцию Кульбака – Лейблера. Задействовали методы теорий множеств, метрических пространств, многомерной оптимизации и телетрафика. В алгоритм решения включили минимизацию дивергенции Кульбака – Лейблера и предельный переход к δ-функции.

Результаты исследования. Показано вероятностное распределение — приближение δ-функции, обеспечивающей равенство временны́х интервалов квазидетерменированного выходного потока пакетов. Представлен метод преобразования самоподобного входного потока в квазидетерминированный выходной. В качестве меры их близости использовали дивергенцию Кульбака – Лейблера. Минимум дивергенции Кульбака – Лейблера между входным и выходным потоками с нормальным распределением достигается в случае равенства математических ожиданий этих потоков. С помощью предельного перехода установлено, что интервал времени T между пакетами квазидетерминированного выходного потока должен быть равен математическому ожиданию интервалов времени между пакетами входного самоподобного потока. С целью получения квазидетерминированного потока выполняется предельный переход для найденного значения математического ожидания при $\sigma \to 0$.

Обсуждение и заключение. Применение данного метода уменьшит негативное влияние самоподобия сетевого трафика на эффективность телекоммуникационной сети. Использование квазидетерминированных потоков дает возможность прогнозировать нагрузку сетевых ресурсов, что может быть базой для повышения качества обслуживания пользователей. Устраняются две сложности, связанные с расчетами и практической реализацией решения. Во-первых, затруднительно использовать дельта-функцию в качестве функции плотности распределения выходного потока. Во-вторых, при эксплуатации телекоммуникационных сетей не бывает идеальных детерминированных потоков. Предложенный метод обладает большим потенциалом при проектировании и оптимизации сетей связи.

Ключевые слова: самоподобный поток пакетов, квазидетерминированный поток пакетов, временны́е интервалы поступления пакетов, дивергенция Кульбака – Лейблера

Благодарности. Авторы выражают благодарность редакции и рецензентам за внимательное отношение к статье и замечания, которые позволили повысить ее качество.

Для цитирования. Линец Г.И., Воронкин Р.А., Слюсарев Г.В., Говорова С.В. Оптимизационная задача для вероятностных временны́х интервалов квазидетерминированного выходного и самоподобного входного потока пакетов данных в телекоммуникационных сетях. *Advanced Engineering Research* (*Rostov-on-Don*). 2024;24(4):424–432. https://doi.org/10.23947/2687-1653-2024-24-4-424-432

Original Theoretical Research

Optimization Problem for Probabilistic Time Intervals of Quasi-Deterministic Output and Self-Similar Input Data Packet Flow in Telecommunication Networks

Gennadii I. Linets ✉, **Roman A. Voronkin**, **Gennadii V. Slyusarev**, **Svetlana V. Govorova**
North-Caucasus Federal University, Stavropol, Russian Federation
✉ kbytw@mail.ru

Abstract
Introduction. When managing traffic at the packet level in modern telecommunication networks, it is proposed to use methods that transform a self-similar stochastic packet flow into a quasi-deterministic one. To do this, it is required to apply complex probabilistic laws of distribution of self-similar flows. From the literature, methods of balancing the network load are known, which, with the problem indicated above, contribute to increasing the efficiency of telecommunication systems. However, there is no strictly mathematical solution to find out the optimal probabilistic characteristics of the output flow, based on the input flow. The presented research is intended to fill this gap. Its objective is to create a method for determining the optimal probabilistic characteristics of the packet flow, using the minimum value of the proximity measure of the self-similar input and quasi-deterministic output flows.
Materials and Methods. To solve the research problem, the parameters of the output flow distribution were selected so that the approximation function was close to δ-function. The Kullback-Leibler divergence was used as a proximity measure of the input and output distributions of time intervals. Methods of set theory, metric spaces, multidimensional optimization, and teletraffic were used. The solution algorithm included minimization of the Kullback-Leibler divergence and the limit passage to δ-function.
Results. A probability distribution is shown — an approximation of δ-function, which maintains the equality of time intervals of a quasi-deterministic output packet flow. A method for transforming a self-similar input flow into a quasi-deterministic output flow is presented. The Kullback–Leibler divergence was used as a measure of their proximity. The minimum of the Kullback-Leibler divergence between the input and output flows with a normal distribution was achieved in the case of equality of the mathematical expectations of these flows. Using the passage to the limit, it has been established that time interval T between packets of the quasi-deterministic output flow must be equal to the mathematical expectation of the time intervals between packets of the input self-similar flow. To obtain a quasi-deterministic flow, the passage to the limit is performed for the found value of the mathematical expectation at $\sigma \to 0$.
Discussion and Conclusion. The application of this method will reduce the negative impact of self-similarity of network traffic on the efficiency of the telecommunication network. The use of quasi-deterministic flows makes it possible to predict the load of network resources, which can be the basis for improving the quality of user service. Two difficulties associated with calculations and practical implementation of the solution are eliminated. Firstly, it is difficult to use the delta function as a function of the output flow distribution density. Secondly, there are no ideal deterministic flows in the operation of telecommunication networks. The proposed method has great potential in the design and optimization of communication networks.

Keywords: self-similar packet flow, quasi-deterministic packet flow, packet arrival time intervals, Kullback-Leibler divergence

Acknowledgements. The authors would like to thank the Editorial board and the reviewers for their attentive attitude to the article and for the specified comments that improved the quality of the article.

For Citation. Linets GI, Voronkin RA, Slyusarev GV, Govorova SV. Optimization Problem for Probabilistic Time Intervals of Quasi-Deterministic Output and Self-Similar Input Data Packet Flow in Telecommunication Networks. *Advanced Engineering Research (Rostov-on-Don)*. 2024;24(4):424–432. https://doi.org/10.23947/2687-1653-2024-24-4-424-432

Введение. Телекоммуникационные сети работают в условиях увеличивающихся нагрузок и роста трафика, который подчиняется сложным вероятностным законам распределения и не поддается точному прогнозированию. Самоподобие потока пакетов создает устойчивые зависимости, что ограничивает объем информационного обмена пользователей [1]. В [2] предложены методы, обеспечивающие удовлетворение требований к качеству обслуживания (англ. quality of service, QoS) передачи и приема информации. Авторы указанной работы полагают, что необходимо фокусироваться на приоритетном трафике сетей нового поколения, однако их решение не устраняет проблему самоподобия потоков пакетов. Милан Г. предложил модель управления сетевыми потоками с учетом пропускной способности каналов, не принимая во внимание фрактальные характеристики трафика [3]. В [4] разработаны методы балансировки нагрузки с учетом мультифрактальных свойств трафика, однако они не решают проблемы самоподобия и структурной оптимизации выходных потоков. Ушанев К.В. и Макаренко С.И. [5], проанализировав методы повышения устойчивости сетей с учетом сложных характеристик трафика, предложили модели трансформации самоподобных входных потоков [6]. В данном случае строгий математический анализ позволил бы минимизировать отличия между распределениями входных и выходных потоков и, следовательно, устранить самоподобие. Однако в [6] такое решение отсутствует.

Качественная регулярная передача данных предполагает использование модели источника трафика с постоянной скоростью (постоянный битрейт, англ. constant bitrate, CBR) [4]. В этой модели узел передает пакеты фиксированного размера через равные интервалы времени T. Если время между отправкой пакетов значительно больше времени передачи одного пакета, то размер пакета может быть несущественным. Как отмечается в [4], в условиях ограниченной пропускной способности данную модель можно использовать для обеспечения стационарности трафика и минимизации задержек. В [7] показаны преимущества CBR для сетей с жесткими требованиями к временны́м характеристикам передачи, а в [8] подчеркивается ее эффективность в условиях высокой плотности сенсоров. Согласно [9], предсказуемость трафика в указанной модели делает ее более результативной с точки зрения экономии энергии, что критично для энергетически ограниченных устройств.

Как показано в [10], модель CBR традиционно ассоциируется с беспроводными сенсорными сетями, однако она также может быть полезной в сетях общего назначения [11]. Ее целесообразно использовать при решении задач балансировки нагрузки в телекоммуникационных системах [12].

Таким образом, для обеспечения предсказуемости и стабильности работы сети важно учитывать квазидетерминированные потоки пакетов. Их нужно интегрировать в приложения с высокими требованиями к качеству обслуживания и производительности [13].

Исследователи неоднократно обращались к задаче ограничения воздействия фрактальных характеристик сетевой нагрузки [14]. Известно, например, что можно управлять трафиком на уровне пакетов. Это уменьшает число повторных передач пакетов и структурных сходств между ними [15].

Отдельно стоит указать на необходимость определения оптимальных временны́х интервалов между загрузками пакетов. Это имеет особое значение для управления трафиком и предполагает преобразование самоподобного стохастического потока пакетов в квазидетерминированный.

Описанный в [16] подход обеспечивает преобразование входного потока пакетов с гамма-распределением в квазидетерминированный выходной поток, основанный на решении системы уравнений Линдли. Однако в [16] не приводятся рекомендации по снижению влияния долговременных зависимостей на QoS для других самоподобных распределений.

Целью представленной научной работы является создание метода получения оптимальных вероятностных характеристик выходного потока пакетов. Решение базируется на использовании минимального значения меры близости двух потоков: самоподобного входного и квазидетерминированного выходного.

Материалы и методы. Параметры распределения выходного потока выбрали таким образом, чтобы функция аппроксимации была близка к δ-функции (функция Дирака, она же — функция распределения квазидетерминированного выходного потока). Мера близости входных и выходных распределений временны́х интервалов потоков пакетов — дивергенция (расхождение) Кульбака – Лейблера. Использовались методы теорий множеств, метрических пространств, многомерной оптимизации и телетрафика. В алгоритм решения задачи включили предельный переход к δ-функции, позволяющий восстановить квазидетерминированный поток, а также минимизацию расхождения Кульбака – Лейблера. Для этого нашли частные производные и приравняли их к нулю.

Будем считать, что известны характеристики вероятностного распределения интервалов между пакетами входного трафика $f(\tau; \theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_n)$. Здесь $\theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_n$ — параметры распределения, τ — временное расстояние между пакетами. Показатель Хёрста $0{,}5 < H < 1$, $\theta_1(H)$ [17], $g(\tau; \eta_1, \eta_2, \ldots, \eta_n)$ — вероятностное распределение значений интервалов между пакетами в выходном потоке без самоподобия с параметрами $\eta_1, \eta_2, \ldots, \eta_n$.

Условия использования преметрики известны из [17]:

1) $\rho(f, g) \geq 0$,

2) $\rho(f, g) \geq 0 \leftrightarrow f \equiv g$.

Необходимо определить

1. Вероятностное распределение $g(\tau;\ \eta_1, \eta_2, \ldots, \eta_m)$ на основе его приближения к δ-функции (функции Дирака), обеспечивающей равенство временны́х интервалов квазидетерменированного выходного потока пакетов.

2. Метод, обеспечивающий получение оптимальных вероятностных характеристик выходного потока пакетов.

Решение будет базироваться на минимальном значении меры близости самоподобного входного и квазидетерминированного выходного потоков.

Учтем три ограничения

1. Минимальное значение преметрики $\rho(f, g) \to min$.
2. Функции $f(\tau;\ \theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_n)$ и $g(\tau;\ \eta_1, \eta_2, \ldots, \eta_m)$ — кусочно-непрерывные.
3. Функция $\rho(f, g)$ — дифференцируемая по переменным $\eta_1, \eta_2, \ldots, \eta_m$ во всей области определения:

$$\forall \eta_j \left| \frac{\partial \rho(f,g)}{\partial \eta_j} \right| < \infty, \text{ где: } j = 1, 2, ..., m.$$

Результаты исследования. Будем считать, что вероятностное распределение квазидетерменированного выходного потока описывается функцией Дирака [18]:

$$g(\tau;\ \eta_1, \eta_2, \ldots, \eta_m) = \delta(\tau - T).$$

Есть две причины, по которым эту же функцию (или δ-функцию) используем в качестве функции распределения вероятности.

1. Она принимает неотрицательные значения:

$$\delta(\tau - T) \geq 0.$$

2. Интеграл по всей числовой оси определяется выражением:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(\tau - T)\, d\tau = 0.$$

Отметим, что при вычислении значения преметрики $\rho(f, g)$ затруднительно использовать дельта-функцию в качестве функции плотности распределения выходного потока. Кроме того, идеальных детерминированных потоков не бывает в условиях эксплуатации телекоммуникационных сетей. Значит, имеет смысл задействовать вместо детерминированного потока квазидетерминированный. В этом случае при изменении одного параметра функции плотности распределения она будет стремиться в пределе к дельта-функции Дирака.

Рассмотрим равномерное распределение с математическим ожиданием, равным T, и интервалом значений, равным ΔT. Функция плотности распределения в этом случае будет иметь вид:

$$\rho(\tau) = \begin{cases} \dfrac{1}{\Delta T}, \text{ если } T - \dfrac{\Delta T}{2} \leq \tau \leq T + \dfrac{\Delta T}{2} \\ 0, \text{ в противном случае} \end{cases}.$$

При $\Delta T \to 0$ плотность распределения такого потока $\rho(\tau) \to \delta\ (\tau - T)$.

На практике из-за джиттера невозможно обеспечить равномерные интервалы между пакетами. Чаще всего математические модели телекоммуникационных процессов строятся в предположении, что величина джиттера подчиняется нормальному закону распределения [19]. Для детерминированного потока пакетов временные интервалы между ними распределяются нормально с математическим ожиданием $\mu = T$ и стандартным отклонением, которое должно удовлетворять правилу трех сигм [20]: $0 < 3\sigma \leq J_0$, где J_0 — нормативное значение джиттера.

В [18] установлено, что обусловленный джиттером квазидетерминированный поток с нормальным распределением слабо сходится к $\delta\ (\tau - T)$ при $\delta \to 0$.

Это значит, что наилучшая аппроксимация детерминированного потока — это квазидетерминированный поток пакетов с нормальным распределением. Его математическое ожидание совпадает с постоянным временны́м интервалом между пакетами $\mu = T$ и среднеквадратическим отклонением σ, ограниченным уровнем джиттера J_0:

$$g(\tau;\ \eta_1, \eta_2, \ldots, \eta_m) = g(\tau, \mu, \sigma) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\tau - \mu}{\sigma}\right)^2}.$$

Для достижения цели исследований в качестве преметрики [17] используем дивергенцию Кульбака – Лейблера $D_{KL}(f \| g)$. Учитывая ее свойства и принятые допущения, сформулируем лемму.

Лемма. Пусть $f(\tau;\ \theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_n)$ — кусочно-непрерывная функция:

$$f(\tau;\ \theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_n) = \begin{cases} \varphi(\tau;\ \theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_n), \tau \geq t, \\ 0, \tau < t. \end{cases} \quad (1)$$

Здесь $t \geq 0$ — некоторая пороговая величина, а $\varphi(\tau;\ \theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_n) > 0$ — непрерывная функция на интервале $(t, +\infty)$.

Выходной поток $g(\tau;\,\mu,\,\sigma)$ подчиняется нормальному распределению интервалов времени между пакетами без самоподобия с параметрами μ и $\sigma > 0$.

Требуется доказать, что $D_{KL}(f\,||\,g)$ достигает минимума при равенстве математических ожиданий f и g.

Доказательство. Воспользуемся подходом, изложенным в [17].

Перекрестная энтропия $H(f,\,g)$ может быть определена двумя способами. Первый:

$$H(f) = -\int_{-\infty}^{+\infty} f(\tau;\theta_1,\theta_2,\ldots,\theta_n)\; ln\left[f(\tau;\theta_1,\theta_2,\ldots,\theta_n)\right]d\tau =$$
$$= -\int_{max\{t,0\}}^{+\infty} f(\tau;\theta_1,\theta_2,\ldots,\theta_n)\, ln\left[\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\tau-\mu}{\sigma}\right)^2}\right]d\tau. \qquad (2)$$

Второй:

$$H(f,g) = -\int_{t}^{+\infty} \varphi(\tau;\theta_1,\theta_2,\ldots,\theta_n)\left[ln\left(\sigma\sqrt{2\pi}\right)-\frac{1}{2}\left(\frac{\tau-\mu}{\sigma}\right)^2\right]d\tau =$$
$$= ln\left(\sigma\sqrt{2\pi}\right)\int_{t}^{+\infty}\varphi(\tau;\theta_1,\theta_2,\ldots,\theta_n)\,d\tau + \frac{1}{2\sigma^2}\int_{t}^{+\infty}(\tau-\mu)^2\,\varphi(\tau;\theta_1,\theta_2,\ldots,\theta_n)\,d\tau \qquad (3)$$

Для функции плотности распределения входного потока пакетов:

$$\int_{t}^{+\infty}\phi\varphi(\tau;\,\theta_1,\theta_2,\ldots,\theta_n)\,d\tau = 1.$$

Следовательно:

$$H(f,g) = ln\left(\sigma\sqrt{2\pi}\right)+\frac{1}{2\sigma^2}\int_{t}^{+\infty}(\tau-\mu)^2\,\phi(\tau;\theta_1,\theta_2,\ldots,\theta_n)\,d\tau =$$
$$= ln\left(\sigma\sqrt{2\pi}\right)+\frac{1}{2\sigma^2}\int_{t}^{+\infty}\left(\tau^2-2\tau\mu+\mu^2\right)\phi(\tau;\theta_1,\theta_2,\ldots,\theta_n)\,d\tau =$$
$$= ln\left(\sigma\sqrt{2\pi}\right)+\frac{1}{2\sigma^2}\int_{t}^{+\infty}\left(\tau^2-2\tau\mu\right)\varphi(\tau;\theta_1,\theta_2,\ldots,\theta_n)\,d\tau+\frac{\mu^2}{2\sigma^2}\int_{t}^{+\infty}\varphi(\tau;\theta_1,\theta_2,\ldots,\theta_n)\,d\tau = \qquad (4)$$
$$= ln\left(\sigma\sqrt{2\pi}\right)+\frac{\mu^2}{2\sigma^2}+\frac{1}{2\sigma^2}\int_{t}^{+\infty}\tau^2\varphi(\tau;\theta_1,\theta_2,\ldots,\theta_n)\,d\tau-\frac{\mu^2}{\sigma^2}\int_{t}^{+\infty}\tau\varphi(\tau;\theta_1,\theta_2,\ldots,\theta_n)\,d\tau.$$

Известно также:

$$\int_{t}^{+\infty}\tau\varphi(\tau;\theta_1,\theta_2,\ldots,\theta_n)\,d\tau = E(\theta_1,\theta_2,\ldots,\theta_n),$$

$$\int_{t}^{+\infty}\tau^2\varphi(\tau;\theta_1,\theta_2,\ldots,\theta_n)\,d\tau = \nu_2(\theta_1,\theta_2,\ldots,\theta_n),$$

где E — функция, позволяющая определить математическое ожидание входного самоподобного потока пакетов.

Таким образом,

$$H(f,g) = ln\left(\sigma\sqrt{2\pi}\right)+\frac{\mu^2}{2\sigma^2}+\frac{1}{2\sigma^2}\nu_2(\theta_1,\theta_2,\ldots,\theta_n)-\frac{\mu}{\sigma^2}E(\theta_1,\theta_2,\ldots,\theta_n). \qquad (5)$$

Тогда:

$$D_{KL}(f\,||\,g) = H(f,g)-H(f) =$$
$$= ln\left(\sigma\sqrt{2\pi}\right)+\frac{\mu^2}{2\sigma^2}+\frac{1}{2\sigma^2}\nu_2(\theta_1,\theta_2,\ldots,\theta_n)-\frac{\mu}{\sigma^2}E(\theta_1,\theta_2,\ldots,\theta_n)-H(\theta_1,\theta_2,\ldots,\theta_n). \qquad (6)$$

Решим задачу многомерной оптимизации:

$$\frac{\partial D_{KL}(f\,||\,g)}{\partial\mu} = \frac{\mu}{\sigma^2}-\frac{1}{\sigma^2}E(\theta_1,\theta_2,\ldots,\theta_n). \qquad (7)$$

Значит:

$$\mu = E\left(\theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_n\right).$$

Для нормального распределения

$$E\left(g\right) = \mu,$$

следовательно,

$$E\left(g\right) = E\left(\theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_n\right),$$

$$E\left(f\right) = E\left(g\right).$$

Воспользуемся критерием Сильвестра:

$$\frac{\partial^2 D_{KL}\left(f \,||\, g\right)}{\partial \mu^2} = \frac{1}{\sigma^2}. \quad (8)$$

Необходимое и достаточное условие минимума $D_{KL}(f \,||\, g)$ — равенство математических ожиданий входного и выходного потоков пакетов.

Для детерминированного потока временной интервал T между пакетами можно определить по предельному переходу при $\sigma \to 0$, то есть:

$$T = \lim_{\sigma \to 0} E\left(\theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_n\right) = E\left(\theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_n\right). \quad (9)$$

Последнее равенство возможно, поскольку выражение $E(\theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_n)$ не содержит в явном виде σ. Следовательно, в рамках данного метода для квазидетерминированного выходного потока временной интервал между пакетами равен математическому ожиданию временных интервалов самоподобного стохастического потока.

Ниже приводится последовательность реализации разработанного метода.

1. В качестве закона распределения интервалов времени между пакетами выходного потока следует использовать нормальный закон со среднеквадратическим отклонением, ограниченным величиной джиттера J_0.

2. Необходимо найти математическое ожидание входного самоподобного потока пакетов $E(\theta_1, \theta_2, \ldots, \theta_n)$ и определить величину математического ожидания μ выходного потока, имеющего нормальное распределение. Для этого используется утверждение ранее доказанной леммы.

3. Для найденного значения μ определяется величина интервала времени $\mu = T$ квазидетерминированного выходного потока пакетов.

В качестве примера рассмотрим самоподобный поток с распределением Парето:

$$f\left(\tau; \alpha; \tau_m\right) = \begin{cases} \dfrac{\alpha \tau_m^{\alpha}}{\tau^{\alpha+1}}, \tau \geq \tau_m \\ 0, \tau < \tau_m. \end{cases} \quad (10)$$

Требуется определить величину $\mu = \psi(\alpha, \tau_m)$, которая минимизирует $D_{KL}(f \,||\, g)$.

Для распределения Парето:

$$H\left(f\left(\tau\right)\right) = -\int_{\tau_m}^{\infty} \tau^{-b-2} \tau_m^{b+1} \left(b+1\right) log\left(\tau^{-b-2} \tau_m^{b+1} \left(b+1\right)\right) d\tau. \quad (11)$$

Перекрестная энтропия исследуемых законов равна:

$$M\left(f\left(\tau\right), g\left(\tau\right)\right) = -\int_{\tau_m}^{\infty} \alpha \tau^{-\alpha-1} \tau_m^{\alpha}\, ln\left(\frac{e^{-\frac{(\mu-\tau)^2}{2\sigma^2}}}{\sqrt{2\pi\sigma}}\right) d\tau. \quad (12)$$

Будем рассуждать так же, как при доказательстве леммы. Получим:

$$\mu = \frac{\alpha \tau_m}{\alpha - 1}. \quad (13)$$

Это выражение соответствует математическому ожиданию распределения Парето.

Найдем вторую производную, и тогда значение μ минимизирует значение $D_{KL}(f \,||\, g)$.

Для получения квазидетерминированного потока выполним предельный переход для найденного значения математического ожидания при $\sigma \to 0$:

$$T = \lim_{\sigma \to 0} \mu = \lim_{\sigma \to 0} \frac{\alpha \tau_m}{\alpha - 1} = \frac{\alpha \tau_m}{\alpha - 1}. \quad (14)$$

Таким образом, при преобразовании самоподобного входного потока пакетов в квазидетерминированный выходной значение временных интервалов квазидетерминированного потока T совпадает с математическим ожиданием входного потока [21].

Обсуждение и заключение. Проведенное научное исследование открывает новые возможности для обеспечения телекоммуникации в условиях ограниченных сетевых ресурсов. Авторы задействовали математические методы и получили оптимальные вероятностные характеристики выходного потока пакетов, используя минимальное значение меры близости самоподобного входного и квазидетерминированного выходного потоков. Согласно лемме, которая доказана в рамках данной работы, при нормальном распределении для выходного потока минимальное значение дивергенции Кульбака – Лейблера достигается, если равны математические ожидания входного и выходного потоков. Решение задачи многомерной оптимизации доказало адекватность предложенного метода. Следует учитывать его возможности при работе с телекоммуникационными сетями. Использование данного подхода способно ограничить негативное воздействие самоподобия потока и таким образом улучшить качество обслуживания пользователей при сохранении объема информационного обмена.

В перспективе авторы планируют разработать методы снижения самоподобия сетевого трафика. Такой подход, предположительно, будет базироваться на дивергенции Йенсена – Шеннона. Эта мера близости отличается от распределения Кульбака – Лейблера тем, что является полной метрикой и ограничена сверху [22].

Список литературы / References

1. Хаусдорф Ф. *Теория множеств.* Москва: Ленанд; 2023. 304 с.

Hausdorff F. *Set Theory*. Moscow: Lenand; 2023. 304 p. (In Russ.)

2. Karmeshu Shachi Sharma. *Long Tail Behavior of Queue Lengths in Broadband Networks: Tsallis Entropy Framework.* URL: https://arxiv.org/abs/1012.2464 (accessed: 16.09.2024).

3. Millán G, Lefranc G. *A Simplified Multifractal Model for Self-Similar Traffic Flows in High-Speed Computer Networks Revisited*. URL: https://arxiv.org/abs/2103.05183 (accessed: 16.09.2024).

4. Астахова Т.Н., Верзун Н.А., Касаткин В.В., Колбанев М.О., Шамин А.А. Исследование моделей связности сенсорных сетей. *Информационно-управляющие системы*. 2019;(5):38–50. https://doi.org/10.31799/1684-8853-2019-5-38-50.

Astakhova T, Verzun N, Kasatkin V, Kolbanev M, Shamin AA. Sensor Network Connectivity Models. *Information and Control Systems*. 2019;(5):38–50. https://doi.org/10.31799/1684-8853-2019-5-38-50

5. Ушанев К.В., Макаренко С.И. Аналитико-имитационная модель функционального преобразования трафика сложной структуры. *Системы управления, связи и безопасности*. 2015;(2):26–44.

Ushanev KV, Makarenko SI. Analytical-Simulation Model of Functional Conversion of Complex Traffic. *Systems of Control, Communication and Security*. 2015;(2):26–44.

6. Ушанев К.В., Макаренко С.И. Преобразование структуры трафика с учетом требований по качеству его обслуживания. *Радиотехнические и телекоммуникационные системы*. 2015;(2):74–84.

Ushanev KV, Makarenko SI. Traffic Structure Conversion with Requirements for the Traffic Service Quality. *Radio Engineering and Telecommunications Systems*. 2015;(2):74-84.

7. Tchuitcheu WC, Bobda C, Pantho MJ. H. Internet of Smart-Cameras for Traffic Lights Optimization in Smart Cities. *Internet of Things*. 2020:11;100207. https://doi.org/10.1016/j.iot.2020.100207

8. Dutta H, Bhuyan AK, Biswas S. *Reinforcement Learning for Protocol Synthesis in Resource-Constrained Wireless Sensor and IoT Networks*. URL: https://arxiv.org/abs/2302.05300 (accessed: 16.09.2024).

9. Pasandi HB, Haqiqat A, Moradbeikie A, Keshavarz A, Rostami H, Paiva S, et al. Low-Cost Traffic Sensing System Based on LoRaWAN for Urban Areas. In: *Proc. 1st International Workshop on Emerging Topics in Wireless.* New York, NY: Association for Computing Machinery; 2022. P. 6–11. URL: https://dl.acm.org/doi/10.1145/3565474.3569069 (accessed: 16.09.2024).

10. Qiong Liu, Chehao Wang, Ce Zheng. *Distributed Decisions on Optimal Load Balancing in Loss Networks.* URL: https://arxiv.org/abs/2307.04506 (accessed: 16.09.2024).

11. Shenoy N. A Deterministic Quantised Rate Based Flow Control Scheme for ABR Type Traffic in ATM Networks. In: *Proc. Second IEEE Symposium on Computer and Communications*. New York City: IEEE; 1997. P. 73-79. URL: https://ieeexplore.ieee.org/document/615974 (accessed: 16.09.2024).

12. Müller-Clostermann B. Employing Deterministic and Stochastic Petri Nets for the Analysis of Usage Parameter Control in ATM-Networks. In: *Workshop on High Performance Computing and Gigabit Local Area Networks*. Springer: Berlin, Heidelberg; 2006. P. 101–121. URL: https://link.springer.com/chapter/10.1007/3540761691_8 (accessed: 16.09.2024).

13. Daryalal M, Bodur M. Stochastic RWA and Lightpath Rerouting in WDM Networks. *Informs Journal on Computing*. 2022;34(5):2383–2865. https://doi.org/10.1287/ijoc.2022.1179

14. Шелухин О.И., Тенякшев А.М., Осин А.В. *Фрактальные процессы в телекоммуникациях*. Москва: Радиотехника; 2003. 479 с.

Shelukhin OI, Tenyakshev AM, Osin AV. *Fractal Processes in Telecommunications*. Moscow: Radiotekhnika; 2003. 479 p. (In Russ.)

15. Millán G, Lefranc G, Osorio-Comparán R. *The Associative Multifractal Process: A Novel Model for Computer Network Traffic Flows*. URL: https://arxiv.org/abs/2106.14666 (accessed: 16.09.2024).

16. Карташевский И.В. *Обработка коррелированного трафика в сетях инфокоммуникаций*. Москва: Горячая линия — Телеком; 2023. 200 с.

Kartashevsky IV. *Processing of Correlated Traffic in Infocommunication Networks.* Moscow: Goryachaya liniya — Telekom; 2023. 200 p. (In Russ.)

17. Линец Г.И., Воронкин Р.А., Говорова С.В. Функциональное преобразование самоподобного трафика сетей связи на основе многомерной меры близости вероятностных параметров входного и выходного потоков. *Системы управления, связи и безопасности*. 2022;(4):38–63.

Linets GI, Voronkin RA, Govorova SV. Functional Transformation of the Self-Similar Network Teletraffic Based on the Multidimensional Measure of Similarity between Probability Parameters of Input and Output Packet Flows. *Systems of Control, Communication and Security.* 2022;(4):38–63.

18. Chakraborty S. Some Applications of Dirac's Delta Function in Statistics for More Than One Random Variable. *Applications and Applied Mathematics*. 2008;3(1):42–54.

19. Blagov A. Modeling a Jitter in Telecommunication Data Networks for Studying Adequacy of Traffic Patterns. *Modern Applied Science*. 2015;9(4):254–263. https://pdfs.semanticscholar.org/7ef0/611d69fb4fcfd467b7d909b74de8eab47f55.pdf

20. Слюсар В.И., Бондаренко М.В. Методы оценивания джиттера АЦП в некогерентных системах. *Известия высших учебных заведений Радиоэлектроника*. 2011;54(10):19–28.

Slyusar VI, Bondarenko M. Methods for Estimating the ADC Jitter in Noncoherent Systems. *Journal of the Russian Universities. Radioelectronics.* 2011;54(10):19–28.

21. Линец Г.И. *Методы структурно-параметрического синтеза, идентификации и управления транспортными телекоммуникационными сетями для достижения максимальной производительности*. Ставрополь: Фабула; 2014. 384 с.

Linets GI. *Methods of Structural-Parametric Synthesis, Identification and Management of Transport Telecommunication Networks to Achieve Maximum Performance*. Stavropol: Fabula; 2014. 384 p. (In Russ.)

22. Nielsen F. On the Jensen–Shannon Symmetrization of Distances Relying on Abstract Means. *Entropy*. 2019;21(5):485.

Об авторах:

Геннадий Иванович Линец, доктор технических наук, профессор, профессор департамента цифровых, робототехнических систем и электроники, Институт перспективной инженерии, СКФУ (355000, Российская Федерация, г. Ставрополь, пр. Кулакова, 2, корп. 9), SPIN-код, ORCID, ScopusID, kbytw@mail.ru

Роман Александрович Воронкин, кандидат технических наук, доцент, доцент департамента цифровых, робототехнических систем и электроники, института перспективной инженерии, СКФУ (355000, Российская Федерация, г. Ставрополь, пр. Кулакова, 2, корп. 9), SPIN-код, ORCID, ScopusID, roman.voronkin@gmail.com

Геннадий Васильевич Слюсарев, доктор технических наук, профессор, профессор департамента строительной инженерии и прототипирования института перспективной инженерии, СКФУ (355000, Российская Федерация, г. Ставрополь, пр. Кулакова, 2, корп. 9), SPIN-код, ORCID, gsliusarev@ncfu.ru

Светлана Владимировна Говорова, старший преподаватель департамента цифровых, робототехнических систем и электроники института перспективной инженерии, СКФУ (355000, Российская Федерация, г. Ставрополь, пр. Кулакова, 2, корп. 9), SPIN-код, ORCID, ScopusID, mitnik2@yandex.ru

Заявленный вклад авторов:

Г.И. Линец: разработка концепции, научное руководство.

Р.А. Воронкин: формальный анализ, проведение исследования, написание, рецензирование и редактирование текста.

Г.В. Слюсарев: валидация результатов.

С.В. Говорова: написание черновика рукописи.

Конфликт интересов. **Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.**

Все авторы прочитали и одобрили окончательный вариант рукописи.

About the Authors:

Gennady I. Linets, Dr.Sci. (Eng.), Professor of the Digital, Robotic Systems and Electronics Department, Institute of Engineering, North-Caucasus Federal University (2, Kulakova Ave., Stavropol, 355000, Russian Federation), SPIN-code, ORCID, ScopusID, kbytw@mail.ru

Roman A. Voronkin, Cand.Sci. (Eng.), Associate Professor of the Department of Digital, Robotic Systems and Electronics, Institute of Engineering, North-Caucasus Federal University (2, Kulakova Ave., Stavropol, 355000, Russian Federation), SPIN-code, ORCID, ScopusID, roman.voronkin@gmail.com

Gennadii V. Slyusarev, Dr. Sci (Eng.), Professor of the Civil Engineering and Prototyping Department, Institute of Engineering, North-Caucasus Federal University (2, Kulakova Ave., Stavropol, 355000, Russian Federation), SPIN-code, ORCID, gsliusarev@ncfu.ru

Svetlana V. Govorova, Senior Lecturer of the Department of Digital, Robotic Systems and Electronics, Institute of Engineering, North-Caucasus Federal University (2, Kulakova Ave., Stavropol, 355000, Russian Federation), SPIN-code, ORCID, ScopusID, mitnik2@yandex.ru

Claimed contributorship:
GI Linets: conceptualization, supervision.
RA Voronkin: formal analysis, investigation, writing – review and editing.
GV Slyusarev: validation.
SV Govorova: writing – original draft preparation.

Conflict of Interest Statement: **the authors declare no conflict of interest.**

All the authors have read and approved the final version of the manuscript.

Поступила в редакцию / Received 20.09.2024
Поступила после рецензирования / Reviewed 16.10.2024
Принята к публикации / Accepted 24.10.2024